TUS MIL Y UNA PESADILLAS

(Derivadas)

(Cálculo diferencial)

1. Introducción.

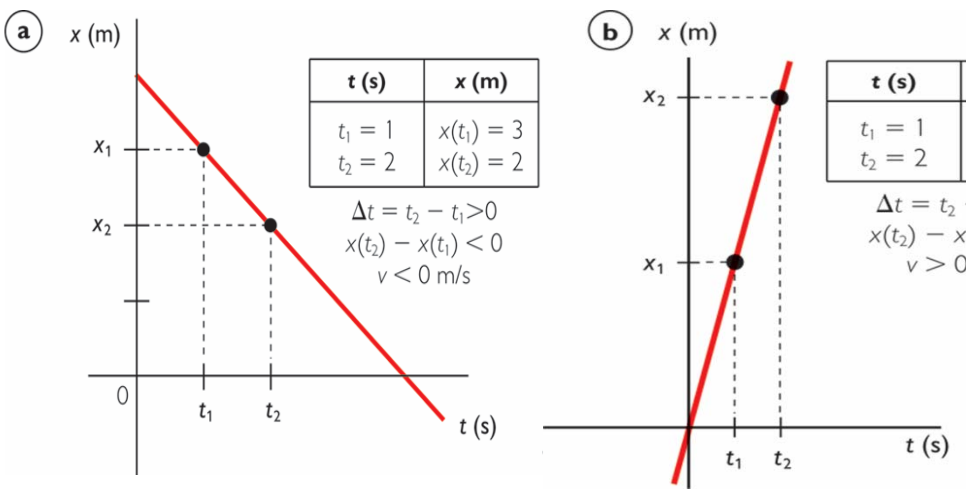
Las derivadas surgieron por la necesidad de buscar respuesta a dos tipos de problemas distintos: problemas de carácter geométrico (cálculo de la recta tangente a la curva en uno de sus puntos) y problemas de carácter físico (cálculo de velocidades instantáneas en movimientos no uniformes).

Algunas de las magnitudes más importantes en física se definen y relacionan a través de las derivadas.

2. Tasa de variación media. Interpretación geométrica.

Si ustedes están estudiando un **movimiento rectilíneo y uniforme (MRU)**, tienen una velocidad constante y una aceleración nula.

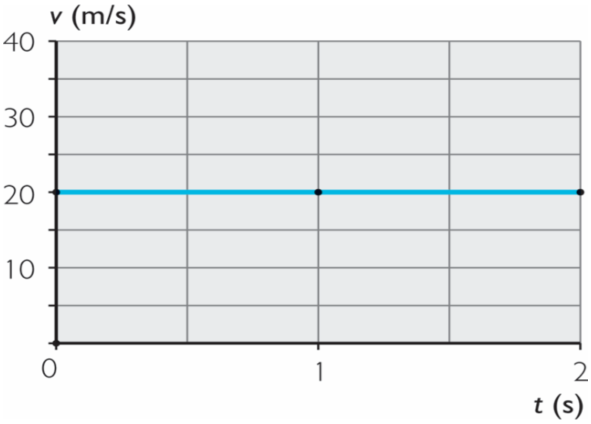
Al representar la relación espacio – tiempo, obtendremos gráficas como las siguientes:



La relación entre el espacio que va recorriendo el móvil según va avanzando el tiempo, es una función matemática que queda representada por una recta. La variación es la velocidad del móvil, es decir, espacio/tiempo. Esta variación en matemáticas se llama pendiente de la recta.

Tasa de Variación Media= TVM= Pendiente= $\frac{ds}{dt} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{t_2 - t_1}$

Y al representar la relación velocidad – tiempo, obtendremos gráficas como la siguiente:

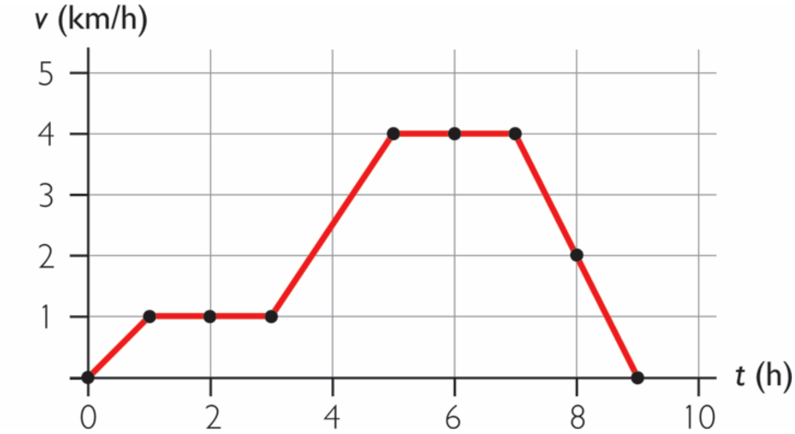


Aquí la pendiente es cero, no hay variación porque la velocidad es constante, es decir la velocidad no varía, no hay aceleración.

Tasa de Variación Media= TVM= Pendiente= $\frac{dv}{dt} = \frac{f(v_2) - f(v_1)}{t_2 - t_1}$

Si ustedes están estudiando un **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)** tienen una velocidad variable y una aceleración constante.

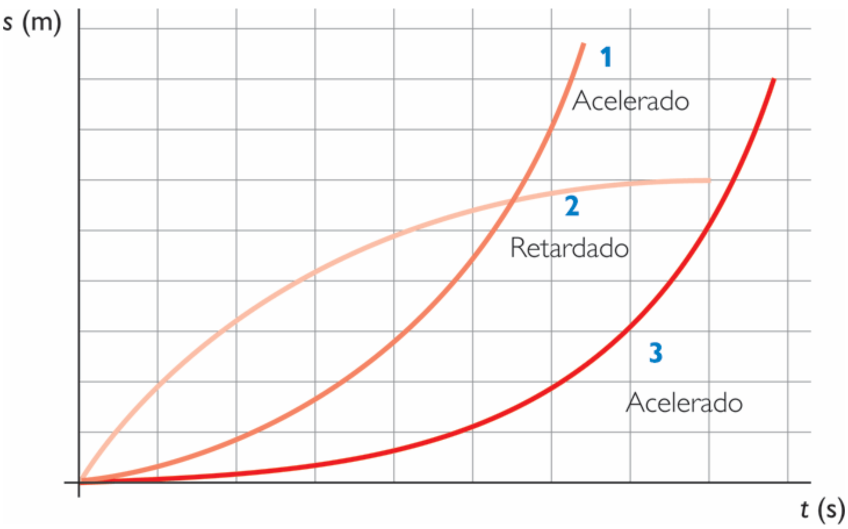
Al representar la relación velocidad – tiempo, obtendremos gráficas como la siguiente:



Son rectas y la Tasa de Variación Media se calcula como en los casos anteriormente descritos de MRU.

O sea, en el caso de que las funciones sean rectas, la Tasa de Variación Media, coincide con la pendiente de dicha recta en un intervalo.

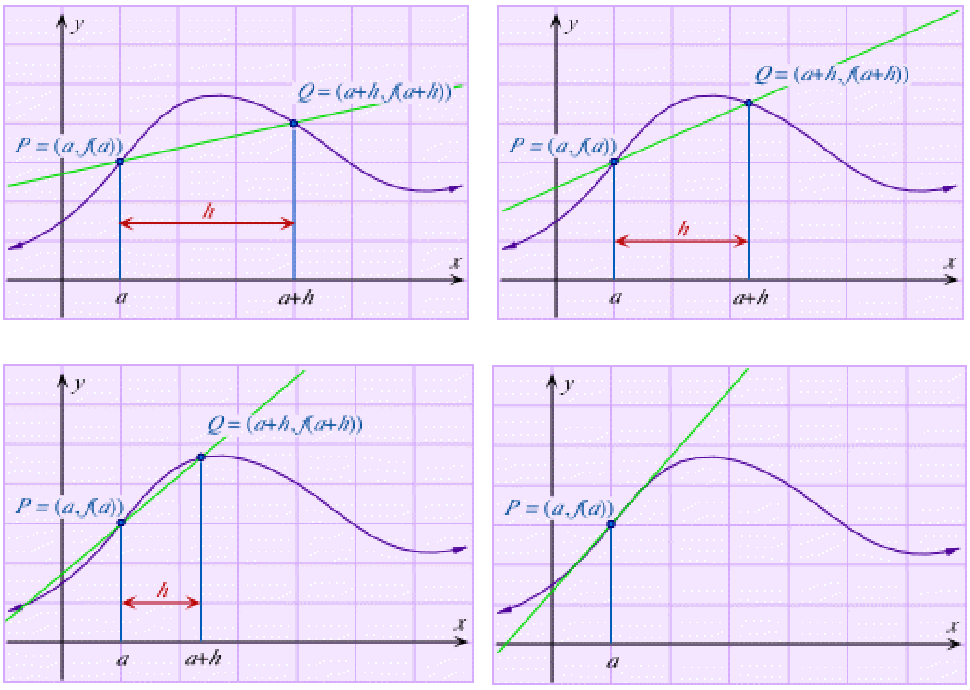
Sin embargo cuando la función no es una recta, sino una curva, como es el caso de un MRUA, cuando representemos la relación espacio frente a tiempo, que nos dará una función curvilínea:



¿Cómo podremos calcular la Tasa de Variación Media, o sea la pendiente si no se trata de una recta? ¿Podemos hablar de pendiente?

3. Tasa de variación instantánea. Interpretación geométrica.

Si en lugar de considerar un intervalo $[t_1 \ , \ t_2]$, lo vamos haciendo cada vez más pequeño, hasta que sea tan estrecho, que podamos hablar de un punto en lugar de un intervalo, t_0, si trazamos la recta tangente a la curva en ese punto y hallamos su pendiente, estaremos calculando la Tasa de Variación Instantánea, que es lo que se denomina derivada de la función en ese punto.



Es decir, la derivada de una función en un punto es la pendiente de la recta tangente a dicha función en ese punto.

Tasa de Variación Instantánea= Pendiente= dvdt = f v2- f(v1)t2- t1 teniendo en cuenta que el denominador tiende a cero, aparece el concepto de límite y aparece la fórmula del cálculo de las derivadas.

4. Cálculo de la derivada usando la definición.

limh-0fx+h- f(x)h

Por ejemplo, dada la función f(x) = 2 x^2 – x + 3 vamos a calcular su derivada según la fórmula anterior.

limh-02x+h2- x+h+3-(2x2-x+3)h = limh-02x2+2xh+h2- (x+h)+3-2x2+x-3h=

limh-02x2+4xh+2h2-x-h+3-2x2+x-3h= limh-04xh+2h2-hh = limh-0h(4x+2h-1)h =

limh-04x+2h-1 = 4x-1

Ejercicios:

- Calcula la función derivada de $f(x) = x^2$ y la derivada de esta función para x= 0 y para x= -1
- Calcula la función derivada del vector r(t).

  $r(t)= 5(t^2- 3t)i + (7t^3 -3)j + (7t^2 + 9)k$

5. Cálculo de la derivada usando las fórmulas

A continuación te presentamos las derivadas de las principales funciones, así como las reglas que permiten derivar funciones conseguidas al operar con otras funciones.

TABLA DE DERIVADAS

Nota: a y k son constantes; f, g y h son funciones

y = a	y =0
y=x	y = 1
y = f ± g±h	y =f ± g ± h
y= k.f	y =k . f
y= f. g	y = f .g + g . f
y= fg	y = f .g- g .f g2
y= fn	y = n. fn-1 . f
y = senf	y = cosf . f
y = cosf	y = - senf . f

y= tgf y = sec2f . f